

Диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 202

Инструкция по выполнению работы

Диагностическая работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровня сложности.

На выполнение диагностической работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

Бланк

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	,									
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

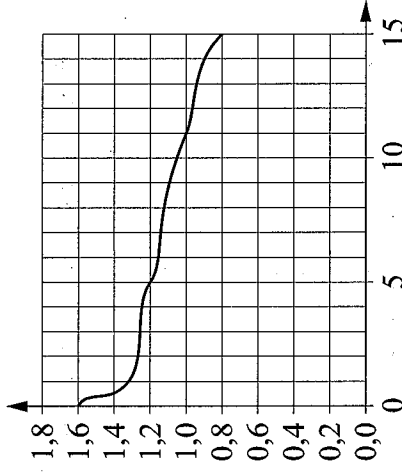
Ответами к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуются 800 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 9 недель?

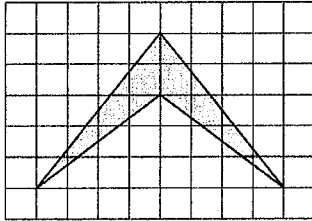
Ответ: _____

2 При работе фонарика постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 5 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



Ответ: _____

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен четырехугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

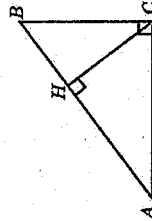
4 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения $\log_6(x+7) = \log_6(2x-5)$.

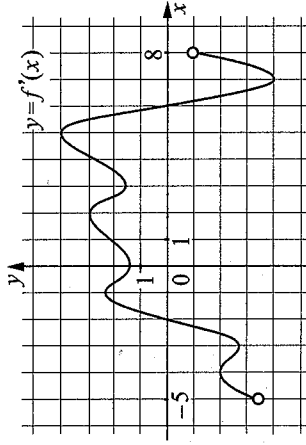
Ответ: _____.

6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $AB = 8$, $\sin A = \frac{1}{4}$. Найдите $АН$.



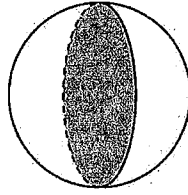
Ответ: _____.

7 На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 8)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

8 Площадь большого круга шара равна 7. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\frac{\left(\frac{4}{57} \cdot \frac{2}{93}\right)^{21}}{45^{12}}$.

Ответ: _____.

- 10 После дождя уровень воды в колодезе может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодезь и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h – расстояние в метрах, t – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,8 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,3 с? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

- 11 Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 480 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 1 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 2 часа. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(17x) - 17x + 17$ на отрезке $\left[\frac{1}{34}, \frac{5}{34}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $12^{\sin x} = 4^{\sin x} \cdot 3^{-\sqrt{3} \cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}, 4\pi\right]$.

- 14 В треугольной пирамиде $SABC$ основанием является правильный треугольник ABC , а ребро SB перпендикулярно плоскости основания. Точки D , E и F середины ребер AB , BC и BS соответственно.

- а) Докажите, что плоскость DEF делит пополам высоту пирамиды, проведенную из вершины V .
- б) Найдите расстояние от точки V до плоскости DEF , если $AB = 6$, $AS = 10$.

- 15 Решите неравенство

$$\frac{7^{(x+1)\log\sqrt{7}^2 - 32^x}}{1 - 3x} \geq 0.$$

- 16 В трапецию $ABCD$ с основаниями BC и AD вписана окружность с центром O , CH – высота трапеции, E – точка пересечения диагоналей.

а) Докажите, что $\angle ONC = \frac{1}{2} \angle ADC$.

- б) Найдите площадь четырёхугольника $SEON$, если известно, что $\angle BAD = 90^\circ$, $BC = 9$ и $AD = 18$.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,16 млн рублей, а наименьший — не менее 0,476 млн рублей.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left(|2x+1-a|+|2x+1+a|-2a\right)\left(x^2-2x+a+|x^2-2x-a|-2a\right)=0$$

имеет ровно четыре целых решения.

19

Андрей, Борис и Василий выполнили тесты по математике. За каждый тест они получали целое неотрицательное число баллов. Средний балл Андрея равен 20, Бориса – 21, Василия – 22. Известно, что:

- Андрей выполнил больше тестов, чем Борис, а Борис – больше, чем Василий;

— сумма баллов за все тесты у Бориса больше, чем у Василия, а у Василия больше, чем у Андрея.

а) Приведите пример того, что такое могло быть (то есть укажите, сколько тестов выполнили Андрей, Борис и Василий).

б) Мог ли Василий выполнить меньше 20 тестов? Ответ обоснуйте.

в) Чему равно наименьшее возможное суммарное количество тестов, которые выполнили Андрей, Борис и Василий? Ответ обоснуйте.